

Richard Nakka's *Experimental Rocketry* Web Site

Traducido por José L. Sánchez

Gráficas de diseño de Motor de Cohete - Presión de Cámara-

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">• Introducción• Graficos de Diseño• Desarrollo de Cartas• Determinación de Kn• Ejemplo de Uso |
|---|
-

Introducción

La página web muestra *las gráficas de diseño* que se pueden usar para determinar *la presión de la cámara de combustión en estado estacionario* de un motor cohete de propelente sólido. Se han previsto las siguientes tres posibilidades.

- KN-Sorbitol
- KN-DEXTROSA
- KN-SACAROSA

Para que los datos de la tabla puedan ser considerados válidos, es necesario que el propulsor esté preparado por el método "estándar":

- El propelente debe ser el moldeado en caliente;
- El oxidante debe ser molido muy fino tal que el tamaño de partícula máximo sea de 75-100 micrón (por ejemplo molido con un molinillo de café eléctrico)
- Los componentes deben ser mezclados muy bien antes de la fusión (por ejemplo 3 horas por cada 100 g. en un mezclador rotativo)
- La proporción estándar es 65/35 de O/F

El término *estado estacionario* indica las condiciones de operación por las que en la presión en la cámara de combustión es únicamente función del área de la superficie de quemado del grano. En otras palabras, la generación de gases de combustión, y la salida de gases por la tobera, está en un estado de equilibrio (balance de masas). Por lo tanto, esto excluye el aumento de presión inicial así como la disminución de la presión durante el agotamiento.

Se presentan también las ecuaciones y los datos que se usaron para desarrollar las tablas de diseño.

Dado que es necesario para utilizar las tablas saber el Kn del motor, (proporción *entre la superficie de quemado y el área de la garganta de la tobera*), se expone también la metodología para el cálculo del área de la superficie para *un grano hueco cilíndrico y para el grano tipo BATES*. Así mismo se proporcionan los ejemplos de tales cálculos y el uso de carta.

Gráficas de Diseño

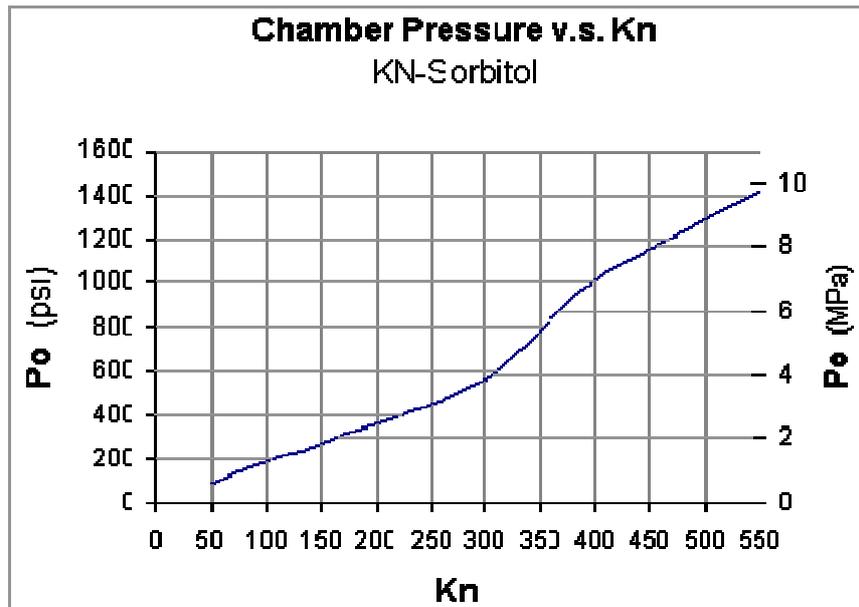


Figura 1 - Tabla Gráfica de diseño para propulsor basado en sorbitol.

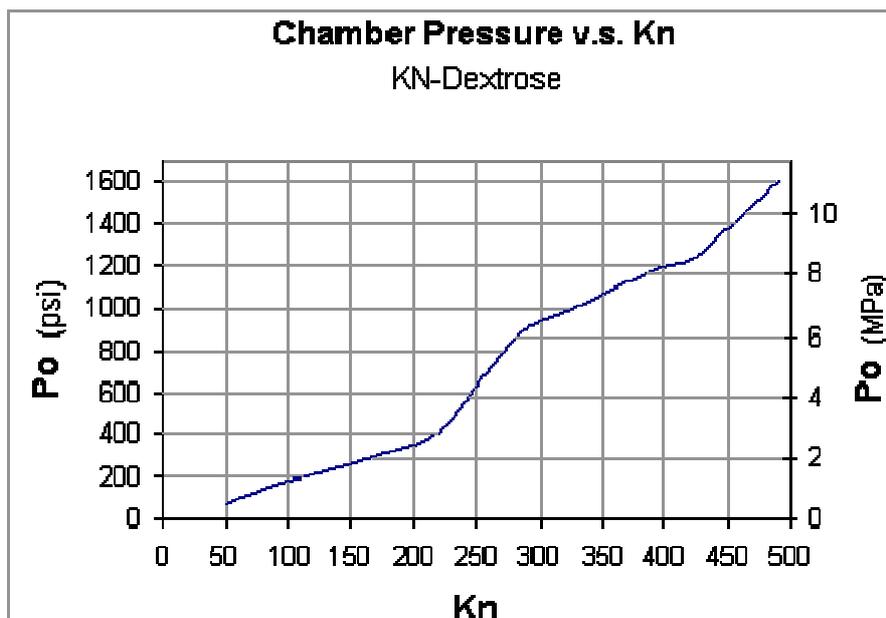


Figura 2 - Gráfica de diseño para propulsor basado en dextrosa.

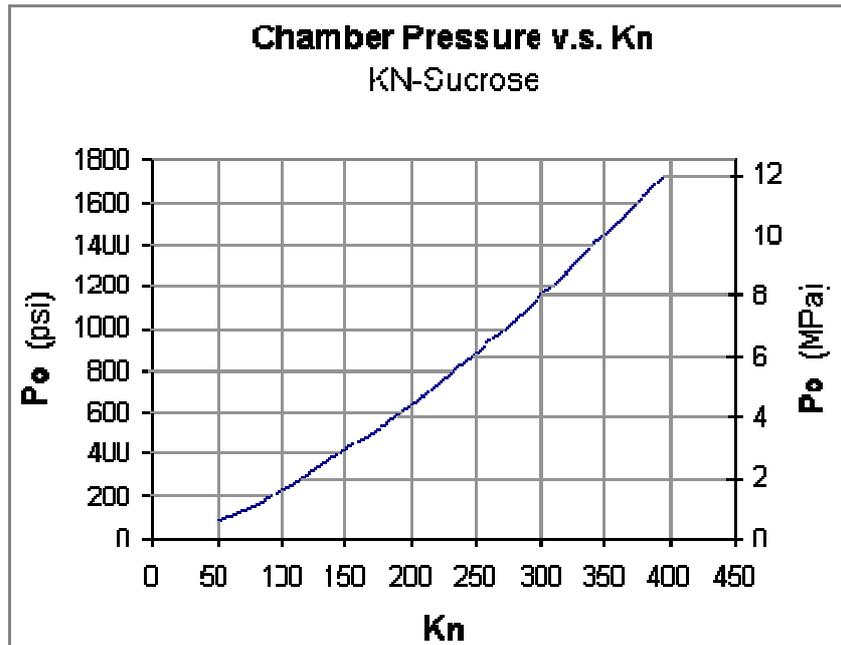


Figura 3 - Gráfica de diseño para propulsor basado en sacarosa.

Desarrollo de las tablas

Las tres gráficas de diseño fueron calculadas con el empleo de la expresión siguiente para condiciones de cámara en estado estacionario:

$$P_o = \left[K_n \frac{a}{\alpha} \rho c^* \right]^{\frac{1}{1-n}}$$

Donde los parámetros son definidos como:

P_o = Presión de cámara de motor

K_n Klemmung, **K_n** = A_b / A_t (Proporción entre el área de la superficie de combustión (A_b) y el área transversal de la garganta de la tobera (A_t))

a = Coeficiente de presión por el ratio de combustión

α = factor de conversión, MPa a Pa (α = 1 000 000)

P = Densidad de la masa del propulsor

c* = Velocidad de salida de gases

n = Exponente de presión del ratio de combustión

Los coeficientes de presión del ratio de combustión y exponentes de presión se han obtenido de forma experimental basados en medidas de combustión de *Strand Burner*. Para mas detalles ver página web: [Kn-Dextrose & Kn-Sorbitol Propellants Burn Rate Experimentation](#). Para la KN-SACAROSA, los valores

$$c^* = \sqrt{\frac{R'T_0}{Mk} \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

usados eran $a = 0.0665 \text{ in/sec}$ (8.26 mm/sec) y $n = 0.319$, estos valores habian sido obtenidos anteriormente de una serie de medidas de combustión de barritas(Strand Burner).

El calculo de la velocidad característica de los gases de combustión se indica más abajo. Los parámetros aplicables para cada tipo de propulsor se muestran en las tablas 1 a 3:

Rocket Motor chamber pressure as a function of Kn KN-Sorbitol (65/35) propellant		
R'	8314 J/mol-K	Universal gas constant
M	39.9 kg/kmol	Effective molecular wt. of products
R	208.4 J/kg-K	Specific gas constant
k	1.042	Ratio specific heats, avg. value
η_c	0.95	Combustion efficiency
T ₀	1600 K	Ideal combustion temperature
T _{0 act}	1520 K	Actual chamber temperature
c*	914 m/s	Characteristic exhaust velocity
ρ' grain	1.841 g/cm ³	Grain ideal density
ρ/ρ'	0.95	Density ratio (actual/ideal)
ρ grain	1.749 g/cm ³	Grain actual density

Tabla 1

Rocket Motor chamber pressure as a function of Kn KN-Dextrose (65/35) propellant		
R'	8314 J/mol-K	Universal gas constant
M	42.39 kg/kmol	Effective molecular wt. of products
R	196.1 J/kg-K	Specific gas constant
k	1.043	Ratio specific heats, avg. value
η_c	0.95	Combustion efficiency
T ₀	1710 K	Ideal combustion temperature
T _{0 act}	1625 K	Actual chamber temperature
c*	916 m/s	Characteristic exhaust velocity
ρ' grain	1.879 g/cm ³	Grain ideal density
ρ/ρ'	0.95	Density ratio (actual/ideal)
ρ grain	1.785 g/cm ³	Grain actual density

Tabla 2

Rocket Motor chamber pressure as a function of Kn KN-Sucrose (65/35) propellant		
R'	8314 J/mol-K	Universal gas constant
M	41.99 kg/kmol	Effective molecular wt. of products
R	198.0 J/kg-K	Specific gas constant
k	1.043	Ratio specific heats, avg. value
η_c	0.95	Combustion efficiency
T ₀	1720 K	Ideal combustion temperature
T _{0 act}	1634 K	Actual chamber temperature
c*	923 m/s	Characteristic exhaust velocity
ρ' grain	1.889 g/cm ³	Grain ideal density
ρ/ρ'	0.95	Density ratio (actual/ideal)
ρ grain	1.795 g/cm ³	Grain actual density

Tabla 3

Determinación de Kn

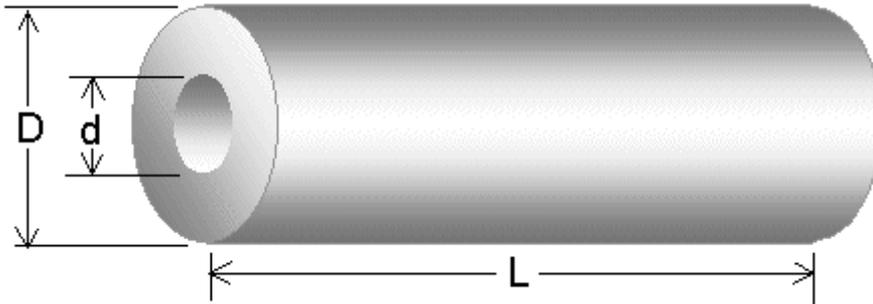


Figura 4 - Grano hueco cilíndrico

El área de la superficie de quemado para **un grano hueco cilíndrico**, como el mostrado en la Figura 4, puede ser calculada así:

Grano sin restricción en la superficie de quemado (ningunas superficies inhibidas):

$$A_{b \text{ max}} = A_{b \text{ initial}} = \frac{1}{2} \pi (D^2 - d^2) + \pi L (D + d)$$
$$A_{b \text{ final}} = \pi (D + d) (L - t) \quad \text{donde } t = \frac{1}{2} (D - d)$$

Grano con superficie externa inhibida (quemando en corazón y finales):

$$A_{b \text{ max}} = A_{b \text{ initial}} = \frac{1}{2} \pi (D^2 - d^2) + \pi d L$$
$$A_{b \text{ final}} = \pi D (L - 2t)$$

Grano con ambos finales inhibidos (quemando sobre superficie externa y corazón):

$$A_b = \text{constant} = \pi L (D + d)$$

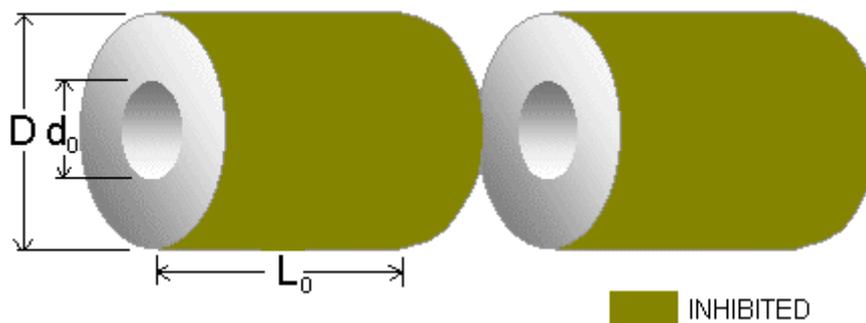


Figura 5 – Grano BATES

En la Figura 5 se muestra la configuración de un grano BATES. Este por lo general consiste en dos o más segmentos de propelente, con inhibición sobre las

superficies externas. Esta configuración se usa normalmente cuando se desea un perfil Kn casi neutro (Curva roja de la Figura 6). El Kn sube hasta un valor máximo y entonces decae. La forma de la curva es determinada por las proporciones de L_0/D y d_0/D . Para la opción adecuada la longitud de segmento y el diámetro principal es necesaria, o sea el perfil de Kn en cambio tiene sólo un perfil *progresivo* (la curva verde) o el perfil *regresivo* (la curva azul). Idealmente, el Kn max debería ocurrir para una regresión de la superficie de la mitad del grosor, produciéndose un perfil simétrico (Kn inicial = Kn final).

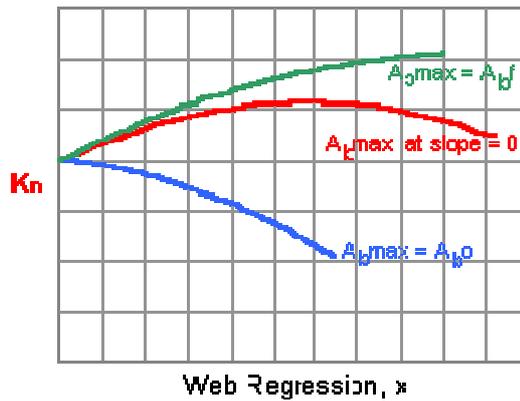


Figura 6 – Perfiles Kn de un grano BATES.

El área de quemado instantaneo de la superficie del grano viene dada por:

$$A_b = N [1/2 \pi (D^2 - d^2) + \pi L d] \quad (\text{Eqn.1})$$

Donde N es el número de segmentos; d y L son los valores instantáneos del diámetro principal y la longitud del segmento, y son dados por:

$$d = d_0 + 2x \quad \text{y} \quad L = L_0 - 2x \quad (\text{Eqns.2a, 2b})$$

Donde x es la regresión lineal de la superficie en combustión (distancia del área quemada, normal a la superficie). Esto se ilustra en la Figura 7. Las líneas a trazos representan la geometría de las superficies que se queman en algún punto arbitrario de regresión de la superficie.

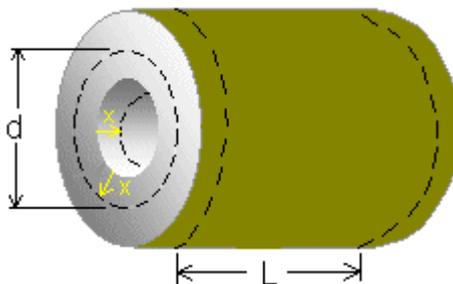


Figura 7 – Grano BATES que ilustra la regresión

Las areas de las superficies de combustión inicial y final son dadas por:

$$A_{b \text{ inicial}} = N [1/2 \pi (D^2 - d_0^2) + \pi L_0 d_0]$$

$$A_{b \text{ final}} = N \pi D (L_o - 2t) \quad \text{donde } t = \frac{1}{2} (D - d_o)$$

El valor *de x* cuando el área de la superficie quemada alcanza **el máximo** es importante ya que esto determina la presión máxima de cámara. Este valor *de x* puede ser calculado igualando la derivada a cero (representada por la pendiente del Kn v.s. la curva de regresión) (p. ej. $dA_b/dx = 0$), y luego resolviendo para *x*.

Como tal, el valor *de x* es :

$$x = 1/6 (L_o - 2d_o) \quad \text{en } A_{b \text{ max}}$$

El valor máximo A_b se encuentra substituyendo *x* en las Eqns. 2A y 2B para encontrar *d* y *L*, substituyendo luego estos valores en Eqn. 1.

Note que el perfil Kn es *progresivo* si el cálculo da $x > d_o$. En este caso, $A_b \text{ máx.} = A_b \text{ final}$

El perfil Kn es *regresivo* si el cálculo da $x < 0$. En este caso, $A_b \text{ máximo} = A_b \text{ inicial}$

En el diseño de un motor de cohete, la dimensión **D** por lo general esta limitada por factores como el tamaño de fuselaje o la cubierta. La opción de diámetro principal, **do**, está por lo general basada sobre el grosor deseado (que determina el tiempo de combustión) y consideraciones de combustión erosiva. Así, la longitud de segmento, **Lo**, es el parámetro que puede estar disponible para controlar el perfil Kn. El valor de **Lo** puede ser encontrado dando *un perfil Kn simétrico* (Kn inicial igual a Kn final), si **D** y **do** son especificados:

$$L_o = \frac{1}{2} (3D + d_o) \quad \text{para el perfil simétrico}$$

La parte plana de la curva, que es siempre convexa, depende de la proporción **do/D**. Cuando **do/D** se aproxima a la unidad, la convexidad se aproxima a una línea recta.

Ejemplos practicos

Ejemplo 1

Determine el valor *inicial*, *el máximo*, y *el final* de la presión en la cámara de combustión en el *estado estacionario*, para un grano sin inhibición hueco cilíndrico de KN-DEXTROSA con las dimensiones siguientes:

- Diámetro externo 2.25 pulgadas (57,15 mm)
- Diámetro principal 1.00 pulgadas (25.4 mm)
- Longitud de grano 10.50 pulgadas (266.7 mm)

El diámetro de la garganta de la tobera es 0.650 pulgadas. (16.51 mm)

Solución:

$$A_{b \text{ max}} = A_{b \text{ inicial}} = \frac{1}{2} \pi (D^2 - d^2) + \pi L (D + d)$$

$$\text{Esto da } A_b = A_{b \text{ inicial}} = \frac{1}{2} p (2.25^2 - 1.00^2) + p 10.50 (2.25 + 1.00) = \underline{114 \text{ in}^2}$$

$$A_{b \text{ final}} = \frac{1}{2} \pi (D + d) (L - t) \quad \text{donde } t = \frac{1}{2} (D - d)$$

$$\text{Por lo tanto } t = \frac{1}{2} (2.25 - 1.00) = 0.625 \text{ in}$$

$$\text{y } A_{b \text{ final}} = \pi (2.25 + 1.00) (10.50 - 0.625) = \underline{101 \text{ in}^2}$$

$$\text{El área del corte seccional de la garganta de la tobera es: } A_t = \frac{1}{4} \pi (0.650)^2 = 0.332 \text{ in}^2$$

$$\text{Esto da una inicial, y máximo, } K_n = 114 / 0.332 = \underline{343}, \text{ el final } K_n = 101 / 0.332 = \underline{304}.$$

De la Figura 2, la presión de cámara inicial y máxima fija es 1080 psi. La presión de cámara final fija es 950 psi.

Ejemplo 2

Determine el valor *inicial*, *el máximo*, y el *final* de la presión de cámara *en estado estacionario*, para un BATES con una configuración de grano de KN-SORBITOL con las dimensiones siguientes:

- Diámetro externo 75 mm.
- Diámetro principal 22 mm.
- Longitud de segmento 100 mm
- 3 segmentos

El diámetro de garganta de tobera es 13 mm.

Solución:

El valor de regresión de web, x , en el punto de presión de cámara máxima se obtiene de la expresión siguiente:

$$x = 1/6 (L_0 - 2d_0)$$

$$\text{Por lo tanto, } x = 1/6 [100 - 2(22)] = \underline{9.33 \text{ mm}}$$

Substituya el valor *de* x en las ecuaciones siguientes:

$$d = d_0 + 2x \quad \text{y} \quad L = L_0 - 2x$$

$$\text{Dar } a = d = 22 + 2(9.33) = \underline{40.7 \text{ mm}} \quad \text{y} \quad L = 100 - 2(9.33) = \underline{81.3 \text{ mm}}$$

Substituya los valores de D , L y d en la ecuación para el área de combustión:

$$A_b = N \left[\frac{1}{2} \pi (D^2 - d^2) + \pi L d \right]$$

$$\text{Dar } A_{b \text{ max}} = 3 \left[\frac{1}{2} \pi (75^2 - 40.7^2) + \pi (81.3) 40.7 \right] = \underline{49\,890 \text{ mm}^2}$$

La superficie inicial y final del área de combustión dan:

$$A_{b \text{ inicial}} = N \left[\frac{1}{2} \pi (D^2 - d_o^2) + \pi L_o d_o \right]$$

$$A_{b \text{ final}} = N \pi D (L_o - 2t) \quad \text{where } t = \frac{1}{2} (D - d_o)$$

Esto da:

$$A_{b \text{ inicial}} = 3 \left[\frac{1}{2} \pi (75^2 - 22^2) + \pi (100) 22 \right] = \underline{44\,960 \text{ mm}^2}$$

$$\text{Grosor inicial } t = \frac{1}{2} (75 - 22) = \underline{26.5 \text{ mm}}$$

$$\text{y } A_{b \text{ final}} = 3 \pi 75 [100 - 2(26.5)] = \underline{33\,220 \text{ mm}^2}$$

El área de la sección de la garganta de la tobera es:

$$A_t = \frac{1}{4} \pi (13)^2 = \underline{133 \text{ mm}^2}$$

El Kn inicial, el máximo y el final ahora pueden ser calculados:

$$\text{Kn inicial} = 44960 / 133 = \underline{338}$$

$$\text{Kn max} = 49890 / 133 = \underline{375}$$

$$\text{Kn final} = 33220 / 133 = \underline{250}$$

De la Figura 2, la presión máxima de cámara fija es de 6.3 MPa.

La presión de cámara inicial y final, en estado estacionario, es 5.0 MPa y 3.1 MPa, respectivamente.

Ejemplo 3

Un motor de cohete con una configuración de grano BATES de KN-DEXTROSA debe ser diseñado para dar aproximadamente un perfil de combustión neutro, con correspondencia de valores de Kn inicial y final (produciendo el máximo Kn a medio camino por la regresión de web). ¿Para el segmento siguiente y diámetros principales, cual debería ser la longitud los segmentos al inicio?

- Diámetro externo 50 mm.
- Diámetro principal 18 mm.

- 4 segmentos

Solución:

$$L_o = \frac{1}{2} (3D + d_o)$$

Esto da: $L_o = \frac{1}{2} [3(50) + 18] = \underline{84 \text{ mm}}$.

Verifique que áreas de la superficie iniciales y finales son idénticas:

$$A_{b \text{ inicial}} = 4 \left[\frac{1}{2} \pi (50^2 - 18^2) + \pi (84) 18 \right] = \underline{32 \ 673 \text{ mm}^2}$$
$$A_{b \text{ final}} = 4 \pi 50 [84 - 2(16)] = \underline{32 \ 673 \text{ mm}^2} \quad \text{Donde } t = \frac{1}{2} (50 - 18) = 16 \text{ mm}$$
